2303000501023001
EXAMINATION FEBRUARY-MARCH 2024
BACHELOR OF SCIENCE (NEP)(FIRST YEAR) (FIRST SEMESTER)
MAJOR – 2 – MH-MJ-102 MATHEMATICS PAPER - II THEORY (CALCULUS-I) – LEVEL 2

[**Time: As Per Schedule]** **[Max. Marks: 35]**

Instructions:
1. Fill up strictly the following details on your answer book
a. Name of the Examination : **BACHELOR OF SCIENCE (NEP)(FIRST YEAR)(FIRST SEMESTER)**
b. Name of the Subject : **MAJOR – 2 – MH-MJ-102 MATHEMATICS PAPER - II THEORY (CALCULUS-I) – LEVEL 2**
c. Subject Code No : **2303000501023001**
2. Sketch neat and labelled diagram wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks of the question.
4. All questions are compulsory.
5.Follow usual symbols.

Seat No:

Student's Signature

Q.1 Answer any FIVE from the following questions. **5**

1) જો $y = \sqrt[x]{x},\ x > 0$ હોય તો y_2 શોધો.
If $y = \sqrt[x]{x},\ x > 0$ then find y_2.

2) રોલનું પ્રમેય આપેલ વિધેય $f(x) = |x|; x \in [-1, 1]$ માટે લાગુ પડે છે? તમારા ઉત્તરનું સમર્થન કરો.
Does Roll's theorem applicable for the given function $f(x) = |x|; x \in [-1, 1]$? Justify your answer.

3) વક્રની વક્રતા અને વક્રતા ત્રિજ્યાની વ્યાખ્યા આપો.
Define Curvature and radius of curvature of the curve.

4) $\int_0^{\pi/4} \sin^4 2x\, dx$ ની કિંમત શોધો.
Find the value of $\int_0^{\pi/4} \sin^4 2x\, dx$

5) સાબિત કરો કે વક્ર $y = e^X; x > 0$ હંમેશા ઊર્ધ્વ અંતર્મુખ છે.

Prove that the curve $y = e^X; x > 0$ is always concave upwards.

6) કિંમત શોધો. $\int_0^1 \frac{x^5}{\sqrt{1-x^2}}\, dx$

Evaluate : $\int_0^1 \frac{x^5}{\sqrt{1-x^2}}\, dx$

Q.2 Attempt any TWO. (ગમે તે બે) **10**

1) જો $y = sin(ax + b), a, b, x \in R$ હોય તો સાબિત કરો કે

$y_n = a^n \sin\left(ax + b + \frac{n\pi}{2}\right)$.

If $y = sin(ax + b), a, b, x \in R$ then prove that

$y_n = a^n \sin\left(ax + b + \frac{n\pi}{2}\right)$.

2) જો $y = \text{acos}(logx) + bsin(logx)$હોય તો સાબિત કરો કે

$x^2 y_{n+2} + (2_n + 1)xy_{n+1} + (n^2 + 1)y_n = 0$.

If $y = \text{acos}(logx) + bsin(logx)$ then prove that

$x^2 y_{n+2} + (2_n + 1)xy_{n+1} + (n^2 + 1)y_n = 0$.

3) $y = \frac{x^2}{(x-1)^2(x+2)}$ માટે y_n શોધો.

Find y_n for $y = \frac{x^2}{(x-1)^2(x+2)}$.

Q.3 Attempt any TWO. (ગમે તે બે) **10**

1) વિધેય $e^x \in (a, a + h)$ માટે લાગ્રાન્જના પ્રમેયનો ઉપયોગ કરીને 'θ'
મેળવો તથા તે ઉપરથી બતાવો કે, $x > 0$, માટે $0 < \frac{1}{x} log \frac{e^x - 1}{x} < 1$.

Obtain $'\theta'$ for the function $e^x \in (a, a + h)$ using Lagrange's theorem and hence show that for $x > 0$, $0 < \frac{1}{x} log \frac{e^x - 1}{x} < 1$.

2) વિધેય $y = 2x^3 - 15x^2 + 36x + 1;\ x \in R$ ક્યા અંતરાલ માં વધતું વિધેય
અને ઘટતું વિધેય બને છે?

In which interval the function $y = 2x^3 - 15x^2 + 36x + 1;\ x \in R$ does increase and decrease?

3) દર્શાવો કે $e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{x^{n-1}}{(n-1)!} + \frac{x^n}{n!}e^{\theta x}$ જ્યાં $0<\theta<1$.

Show that $e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{x^{n-1}}{(n-1)!} + \frac{x^n}{n!}e^{\theta x}$, where $0 < \theta < 1$.

Q.4 Attempt any TWO. (ગમે તે બે) 10

1) $y = \frac{2x-3}{x^2-3x+2}$ વક્ર ના અનંત સ્પર્શકો શોધો.

Find the asymptotes of the curve $y = \frac{2x-3}{x^2-3x+2}$.

2) વક્રતા પરીવૃતિ-બિંદુ ની વ્યાખ્યા આપો તથા સાબિત કરો કે $y = \frac{1}{h}e^{-\left(\frac{x^2}{2h^2}\right)}$ના વક્રતા પરિવૃતિ બિંદુના યામની કિંમત $x = \pm h$ છે.

Define point of inflexion and prove that the values of the co-ordinates of points of inflexion for the curve $y = \frac{1}{h}e^{-\left(\frac{x^2}{2h^2}\right)}$ is $x = \pm h$.

3) $\int \tan^n x \, dx; n \in N$ નું લઘુકારણ સુત્ર મેળવો અને તેના ઉપરથી $\int \tan^4 x \, dx$ ની કિંમત શોધો.

Obtain the reduction formula of $\int \tan^n x \, dx; n \in N$ and hence evaluate $\int \tan^4 x \, dx$.

*****